

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

АКАДЕМИЧЕСКИЙ СОВЕТ СЕРИИ

академик РАН **А. И. Аветисян**
академик РАН **Б. С. Кашин**
академик РАН **В. В. Козлов**
академик РАН **Г. Я. Красников** (Президент РАН)
академик РАН **А. П. Кулешов**
академик РАН **А. Л. Семенов**
академик РАН **Е. Е. Тыртышников**

Научный Совет Альянса в сфере искусственного интеллекта

А. В. Гасников, д-р физ.-мат. наук, ректор Университета Иннополис
И. В. Оселедец, проф. РАН, директор научно-исследовательского
института искусственного интеллекта AIRI
Е. В. Бурнаев, д-р физ.-мат. наук, директор Центра прикладного ИИ
Сколтеха
А. А. Наумов, д-р физ.-мат. наук, директор по фундаментальным
исследованиям института искусственного интеллекта
и цифровых наук НИУ ВШЭ
А. А. Шпильман, канд. техн. наук, руководитель центра искусственного
интеллекта, Ассоциация «Цифровые технологии в
промышленности»
А. С. Конушин, канд. физ.-мат. наук, программный директор
Фонда Интеллект
В. А. Малых, канд. техн. наук, руководитель направления
NLP-исследований в MTS AI

Нелли Литвак
Андрей Райгородский

Кому нужна математика?

Понятная книга о том,
как устроен цифровой мир

Литвак Н., Райгородский А.

Л64 Кому нужна математика? Понятная книга о том, как устроен цифровой мир. — М. : МЦНМО, 2024. — 192 с.

Оглавление

Предисловие	9
Введение	13
О чем эта книга	13
Для кого эта книга	14
Глава 1. «Кому-то еще нужна математика?»	17
Лучший ответ на вопрос «Кому нужна математика?»	20
Математика на каждый день	21
Новые теории для современной практики	23
Математика неизвестного будущего	25
Глава 2. Менеджмент и многогранники	27
Компьютерные будни логистики	27
Проклятие размерности	29
Линейное программирование	31
Теория для практики	34
От задачи к решению	35
Идея симплекс-метода	36
Составление расписаний	40
Почему целые числа сложнее дробных	41
Математика, обогнавшая компьютер	42
Расписание движения поездов на голландских же- лезных дорогах	44
Что такое оптимальное решение	46

Глава 3. Мир нулей и единиц	49
Перевод текста в килобайты	49
Что такое кодирование	51
Коды, исправляющие ошибки	53
Шары Хэмминга	56
История кодов, исправляющих ошибки	59
Можем ли мы закодировать все подряд	62
Глава 4. Надежность интернета	65
Связанные одной сетью	65
Сети и помехи	67
Случайные графы	70
Результат Эрдёша—Реньи	73
Фазовый переход	75
Как доказывается результат Эрдёша—Реньи	79
Что мы знаем и чего не знаем о надежности ин- тернета	80
Интернет в картинках	82
Глава 5. Сила выбора из двух	83
Очереди, которых мы не видим	83
Параллельные серверы	85
Какой сервер выбрать?	86
Сила выбора из двух	88
Кто придумал и обосновал метод выбора из двух	90
Где используется метод выбора из двух	93
В чем секрет силы выбора из двух	94
Глава 6. Секретные числа	97
Массовый обмен шифровками	97
Ключ к шифру	98
Алан Тьюринг и «Энигма»	100
Сила абстрактного подхода к шифрованию	102
Простые числа	105
Открытый обмен ключами	107
Зашифровать можно. Расшифровать нельзя!	108

Практика шифрования	110
100 миллионов долларов за число	112
Глава 7. Счетчики с короткой памятью	115
Большие данные	115
Компьютерная память	116
Раз, два, три, четыре, пять.....	118
Как решается задача подсчета	120
HyperLogLog-счетчики	122
Четыре виртуальных рукопожатия	124
Глава 8. Миллион аукционов в минуту	131
Первая страница поисковика	131
Стоимость за один клик	132
Аукцион — специально для вас!.....	134
Аукцион второй цены	135
Результат Викри	137
Как распределить несколько рекламных мест	140
По ту и другую сторону онлайн-рекламы	144
Заключение: ч. т. д.	147
Приложения для подготовленного читателя	151
Приложения к главе 2	151
Приложения к главе 3	157
Приложения к главе 4	161
Приложение к главе 5	166
Приложения к главе 6	168
Приложение к главе 7	172
Приложение к главе 8	174
Об авторах	177
Литература	179

Предисловие

В современном мире бурное развитие искусственного интеллекта (ИИ) на глазах меняет нашу привычную жизнь. Внедрение ИИ-технологий в самые разные сферы существенно облегчает труд человека, трансформирует науку и образование, выводит на новую высоту медицину. Многие прорывные проекты последнего времени в биологии, физике, химии и сельском хозяйстве напрямую связаны с искусственным интеллектом. А спрос на специалистов в области ИИ сегодня в разы превышает предложение.

Что же такое искусственный интеллект? На самом деле, ответ довольно прост: математические модели. Современный ИИ базируется на «трех китах»: анализе и обработке данных, технологиях высокопроизводительных вычислений, а также математических алгоритмах, позволяющих конструировать удачные архитектуры нейронных сетей под новые задачи.

За последние годы по инициативе Правительства РФ существенно возросло финансирование исследований в сфере ИИ. Сейчас в России действуют 12 ведущих исследовательских центров по ИИ. 6 центров «первой волны» отбора с 2021 года работают над фундаментальными исследованиями в области «сильного, доверенного и этичного ИИ». В декабре 2023 года были определены 6 центров «второй волны», перед которыми стоит задача развития ИИ с отраслевой спецификой по таким направлениям как здравоохранение, транспорт и логистика, строительство и городская среда, цифровая промышленность.

В России резко возрос спрос на специалистов, которые умеют не только использовать существующие технологии в области ИИ, но и предлагают свои собственные решения.

По итогам конференции AI Journey-2023 Президент поручил обеспечить изменения в федеральные государственные образовательные стандарты, а также увеличить число бюджетных мест по специальностям и программам подготовки, связанным с разработкой ИИ.

Уже запущены разнообразные образовательные программы. В их создании принимают участие как вузы, так и российский бизнес: компании Альянса в сфере ИИ запустили уже порядка 100 программ и более 20 лабораторий в 35 вузах России.

Однако готовить перспективных специалистов силами одной магистратуры невозможно — на вторую ступень высшего образования должны поступать студенты с солидным фундаментом математических знаний. Именно на программах бакалавриата и специалитета есть возможность системно обучать будущих ИИ-специалистов. Учебный курс для студентов профильных специальностей включает такие классические предметы как математический анализ, линейная алгебра, теория вероятностей и математическая статистика, вычислительная математика и численные методы оптимизации. Задача не только в том, чтобы адаптировать классические курсы под профиль ИИ, но и в том, чтобы максимально широко масштабировать учебно-методические материалы для использования в других вузах страны.

Одно из учебных заведений, где эта задача успешно решается — Университет Иннополис. Здесь к разработке новой бакалаврской программы «Математические основы ИИ» привлекли лучших российских ИИ-специалистов из ведущих центров развития ИИ.

России сегодня нужны не просто профильные эксперты в области ИИ, а по-настоящему увлеченные своим делом

люди. Именно они предлагают вашему вниманию эту книгу. Желаю увлекательного чтения и постоянного развития!

Заместитель Председателя Правительства
Российской Федерации
Д. Н. Чернышенко

Введение

О чем эта книга

В этой книге мы расскажем о некоторых современных приложениях математики. Мы выбрали семь тем, по одной на каждую главу:

- 1) задачи планирования и составление расписаний (глава «Менеджмент и многогранники»);
- 2) кодирование текстов для хранения и передачи в цифровом виде (глава «Мир нулей и единиц»);
- 3) структура соединения серверов каналами связи в интернете (глава «Надежность интернета»);
- 4) балансирование нагрузки в телекоммуникациях (глава «Сила выбора из двух»);
- 5) шифрование конфиденциальных сообщений (глава «Секретные числа»);
- 6) операции подсчета при анализе больших данных (глава «Счетчики с короткой памятью»);
- 7) распределение рекламных мест в поисковых системах, таких как Google и «Яндекс» (глава «Миллион аукционов в минуту»).

Мы ни в коем случае не претендуем на хоть сколько-нибудь полный обзор бесчисленных приложений математики. На

это понадобится не одна книга, а целая библиотека! Например, мы вообще не упоминаем о медицинских приложениях, скажем, о создании подвижной трехмерной картинке на экране при компьютерной томографии или нахождении мутаций в геномах клеток рака. Мы также не касались приложений в высокотехнологичном производстве, например в машиностроении и авиации, и широкого спектра применений в экономике.

Выбранные нами темы объединены одной идеей. Все они связаны с компьютерами и интернетом. Мы хотим на ярких и конкретных примерах показать, что сам по себе компьютер, даже самый мощный, не способен творить ставшие уже столь привычными для нас чудеса: показывать тексты и фотографии, делать сложные расчеты, искать информацию и пересылать данные по всему миру. За всем этим стоит математика; без нее компьютер остался бы просто безжизненным и практически бесполезным устройством.

Конечно, даже эту тему невозможно полностью раскрыть в одной книге. Мы выбрали лишь несколько наиболее близких к теме наших собственных исследований примеров. Если бы эту книгу писали другие авторы, то и темы были бы другими, но не менее впечатляющими.

Мы очень хотим разделить с вами если не наше увлечение, то хотя бы наше восхищение математикой — точной и красивой, древней и всегда современной и, безусловно, невероятно полезной!

Для кого эта книга

Эта книга написана для широкого круга читателей и не требует специальной подготовки. При этом для наиболее заинтересованных и подготовленных читателей мы добавили, кроме основного текста, дополнительные объяснения и приложения.

Основной текст. Основной текст книги не требует абсолютно никакой математической подготовки. Мы постарались писать его так, чтобы он был интересен и понятен каждому читателю. В каком-то смысле наш рассказ можно сравнить с научно-популярными телевизионными программами.

Дополнительные объяснения. Иногда для интересующегося читателя мы объясняем основные идеи чуть более подробно. Этот текст мы приводим во врезках. В основном он не требует математической подготовки. Но при желании его можно пропустить без ущерба для понимания остального содержания главы.

Приложения¹. В конце книги мы поместили приложения к каждой главе, где приводим более строгие математические формулировки, включая формулы, теоремы и доказательства (или хотя бы идеи доказательств). Ссылки на них ищите в сносках в соответствующих главах. Приложения рассчитаны на уровень старшеклассников, увлекающихся математикой.

¹ Мы включили в книгу приложения для подготовленного читателя, чтобы ее можно было использовать в качестве учебника, например для спецкурса в старших классах или для вводных лекций в вузе.